



Institut für elektronische Musik und Akustik



Algorithmen in Akustik und Computermusik 2

Seminararbeit

Betreuer: DI Franz Zotter

Datum: 19.02.2009

Zaunschirm Markus
Schörkhuber Christian

Inhaltsverzeichnis

1	Abstract	3
2	Ambisonicsansatz	4
2.1	Überblick	4
2.2	Ziel von Ambisonics	4
2.3	Theoretischer Hintergrund	5
2.3.1	Laplace Operator	5
2.3.2	Lösung der Wellengleichung	6
2.3.3	Bestimmung der einzelnen Funktionen	8
2.4	Endergebnis	11
2.5	Vektorschreibweise	11
2.6	Partikuläre Lösung	13
2.7	Nachbildung der virtuellen Quellen	13
3	Spherical Harmonics	15
3.1	Abtastung	15
3.2	Räumliches Aliasing	17
3.3	Ausdehnung des Sweetspot	18
4	Enkoder/Dekoder	19
4.1	Ziel	19
4.2	Enkoder	19
4.3	Dekoder	19
5	Überlegungen zur Sweetspotnachführung	21
5.1	Ausgleichen des Laufzeit und Amplitudenfehlers	21
5.2	Neuberechnung des Enkoder/ Dekoder	23
6	Implementierung	24
6.1	Blockschaltbild	24
6.2	Eingabeparameter	24
6.3	Winkelkorrektur	24
6.4	Berechnung des Enkoders	25
6.5	Berechnung des Dekoders	26
6.5.1	Berechnung der Pseudoinversen	26
6.5.2	Singularwertzerlegung (SVD)	27
6.5.3	Pseudoinverse durch SVD	27
6.5.4	Begrenzung der Singularwerte	28
6.6	Amplitudenkorrektur	28
6.7	Laufzeitkorrektur	28
7	Simulation	29
7.1	Konditionierungszahl	30
7.2	Darstellung des Fehlers	31
7.2.1	Fehlerdefinition	31
7.2.2	Maximaler Fehler	32
7.2.3	Mittlerer Fehler	33
7.2.4	Interpretation des Fehlers	33
7.3	Test im CUBE	33
8	References	35

1 Abstract

Die räumliche Schallfeldreproduktion mittels Ambisonics bietet die Möglichkeit, Schallquellen im Raum unabhängig von der Lautsprecheranordnung zu positionieren. Ein Nachteil dieses Verfahrens ist, dass die Ausdehnung des Sweetspots, also des Bereiches in dem das Schallfeld korrekt reproduziert werden kann, nur einige wenige Wellenlängen groß ist. Das bedeutet, dass vor allem für höhere Frequenzen keine Bewegung aus der zentralen Position zulässig ist.

Um diesen Nachteil zumindest für einen einzelnen Zuhörer auszugleichen, wird im Folgenden versucht ein Verfahren abzuleiten, das es erlaubt den Sweetspot frei im Raum positionieren zu können, und diesen mittels eines Head-Tracking-Systems immer auf die aktuelle Abhörposition abzustimmen.

2 Ambisonicsansatz

2.1 Überblick

In natürlichen Situationen trifft Schall von allen Raumrichtungen auf unsere Ohren, wodurch sich charakteristische Hörereignisse ergeben. Der reproduzierte Schall wird allerdings meist nur von einigen wenigen Lautsprechern wiedergegeben, was Abbildungsverfälschungen zur Folge hat, wenn sich kein Lautsprecher am Ort der virtuellen Quelle befindet. Das Schallfeld kann also nicht in seiner Gesamtheit wiedergegeben werden. Der erste verbreitete Versuch um einen räumlichen Eindruck zu vermitteln war Stereophonie. Allerdings ist es hierbei nur möglich, Quellen in einem schmalen frontalen Bereich anzuordnen. Das Ziel des Ambisonics-Konzeptes ist es, eine Positionierung von Quellen an beliebigen Punkten im Raum zu ermöglichen. Man spricht also von einer 3-dimensionalen Schallfeldreproduktion über ein Lautsprecherarray, womit es möglich wird Nachbildungsfehler zu minimieren. Bei der Wiedergabe werden L Lautsprecher entlang einer Kreislinie bzw. einer Kugeloberfläche möglichst gleichmäßig angeordnet. Von jedem der Lautsprecher wird eine entsprechende Schallwelle abgestrahlt, wodurch sich an der Abhörposition ein überlagertes Schallfeld aus der Superposition der L abgestrahlten Teilwellen ergibt. Dabei beschreibt die Systemordnung N den Grad der Approximation des originalen Feldes. Höhere Ordnung verbessert die Nachbildungsgenauigkeit. Wie bereits erwähnt ist ein Nachteil des Systems der kleine Bereich in dem das originale Schallfeld mit dem reproduzierten übereinstimmt. Dieser Bereich wird als Sweetspot bezeichnet und befindet sich im Umfeld des Kreis- bzw. Kugelmittelpunktes. Die Größe des Sweetspots ist proportional zur Systemordnung und in weiterer Folge auch indirekt proportional zur Frequenz (*siehe Abschnitt: 3.3*). Bewegt sich der Hörer nun aus dem Sweetspot hat dies eine allmähliche Erhöhung der Nachbildungsfehler zur Folge. Deshalb gibt es die Überlegung den Sweetspot nachzuführen, um so zu gewährleisten, dass immer das bestmögliche Abhörergebnis erzielt wird.

2.2 Ziel von Ambisonics

Das Ziel von Ambisonics ist es, wie für andere Surround-Verfahren auch, ein homogenes Schallfeld zu erzeugen. Bei unserer Arbeit betrachten wir hierbei nur die Synthese einer Schallquelle auf der Kugeloberfläche und nicht die originalgetreue Wiedergabe eines aufgezeichneten Schallfeldes. Um dieses Feld zu erzeugen, wird dem System ein Quellsignal zugeführt, welches mit entsprechenden Lautsprechergewichten ausgespielt wird.

2.3 Theoretischer Hintergrund

In unserer Arbeit wird das Ambisonicskonzept für eine 3-dimensionale Schallfeldreproduktion implementiert, deshalb beschäftigen wir uns mit der Anordnung von Lautsprechern auf einer Kugel. Grundsätzlich versucht man eine Punktquelle an einem beliebigen Ort der Kugeloberfläche, die von den Lautsprechern aufgespannt wird, zu positionieren. Die Position auf Oberfläche wird dabei durch den konstanten Radius r_i und die beiden Raumwinkel φ Azimutwinkel und ϑ Zenithwinkel bestimmt. Nun können sämtliche Funktionen auf der Kugelfläche als unendliche Summe der Kugelflächenfunktion – spherical Harmonics- beschrieben werden. Dabei stellen diese spherical Harmonics einen vollständigen und orthonormalen Satz von Eigenfunktionen des Winkelanteils des Laplace- Operators in Kugelkoordinaten dar [siehe Abschnitt 3].

Allgemein werden Schallfelder über die Helmholtzgleichung beschrieben. Dabei gehen wir zuerst von der homogenen Helmholtzgleichung aus, welche die Wellenausbreitung in einem quellenfreien Volumen beschreibt

$$(\Delta + k^2) p = 0.$$

[Gl.] 2-1, vgl. [1]

Dabei beschreibt k die Wellenzahl wobei gilt: $k = \omega/c$.

Für die Lösung der Gleichung bietet sich in unserem Fall der Lösungsweg über Kugelkoordinaten an. Um die Helmholtzgleichung in Kugelkoordinaten anzuschreiben, wird der Laplace-Operator genauer betrachtet und folglich umgeschrieben.

2.3.1 Laplace Operator

Der Laplace-Operator ergibt sich aus dem Nabla-Operator und entspricht der Summe aller zweifachen Ableitung in die jeweiligen Richtungen des kartesischen Koordinatensystems

$$\Delta = \nabla \cdot \nabla = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right).$$

[Gl.] 2-2

Für unsere Überlegungen wird jedoch der Laplace-Operator in Kugelkoordinaten benötigt und deshalb der Koordinatentransformation unterzogen.

Es folgt

$$\Delta p(r, \vartheta, \phi) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial p}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 p}{\partial \phi^2} = -k^2 p.$$

[Gl.] 2-3, vgl. [2]

2.3.2 Lösung der Wellengleichung

Die Wellengleichung in Kugelkoordinaten ergibt sich nun zu

$$\Delta p(r, \vartheta, \phi) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial p}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 p}{\partial \phi^2} = -k^2 p.$$

[Gl.] 2-4

Zur Lösung dieser Differentialgleichung mit drei unabhängigen Variablen wählt man den Weg der Variablenseparation. Ausgehend von dem Laplace-Operator in Kugelkoordinaten ergibt sich folgende Separation

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial \vartheta^2} + \frac{\cos \vartheta}{\sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} + \frac{1}{\sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right) = \Delta_r + \frac{1}{r^2} \Delta_{\vartheta, \phi}.$$

[Gl.] 2-5, vgl. [2]

Weiters ist ersichtlich, dass sich aus [Gl.2-1]

$$\Delta p(r, \vartheta, \phi) = -k^2 \cdot p$$

nur Eigenfunktionen des Laplace-Operators als Lösungen ergeben können. Für die Lösung dieser Differentialgleichung wählt man als Separationsansatz einen Produktansatz, wobei ein Faktor nur vom Radius r und ein Faktor nur von den Winkeln ϑ (Elevation) und ϕ (Azimut) abhängt. Dazu wählt man die Funktionen:

- $R_n(r)$: Funktion die vom Radius r abhängt
- $Y_{nm}(\vartheta, \phi)$: Funktion die von den Winkeln ϑ (Elevation) und ϕ (Azimut) abhängt.

Diese Funktion beschreibt die Kugelflächenfunktionen bzw. spherical Harmonics.

Mit diesen Funktionen ergibt sich also folgender Ansatz:

$$p(r, \vartheta, \varphi) = R_n(r) Y_{nm}(\vartheta, \varphi)$$

[Gl.] 2-6, vgl. [2]

Daraus erhält man eingesetzt in [Gl.2-1 mit Gl.2-5]:

$$\Delta(R_n(r) Y_{nm}(\vartheta, \varphi)) = Y_{nm}(\vartheta, \varphi) \Delta_r R_n(r) + \frac{R_n(r)}{r^2} \Delta_{\vartheta, \varphi} Y_{nm}(\vartheta, \varphi) = -k^2 (R_n(r) Y_{nm}(\vartheta, \varphi))$$

[Gl.] 2-7

Nach anschließender Vereinfachung erhält man eine Gleichung der Form

$$\frac{r^2 \Delta_r R_n(r)}{R_n(r)} + \frac{\Delta_{\vartheta, \varphi} Y_{nm}(\vartheta, \varphi)}{Y_{nm}(\vartheta, \varphi)} = -k^2 r^2.$$

[Gl.] 2-8

Um diese Gleichung zu erfüllen, müssen in beiden Summanden unabhängig voneinander der Radius bzw. die Winkel verändert werden können. Daraus folgt, dass beide Summanden denselben konstanten Wert annehmen müssen. Diesen konstanten Wert definiert man zu: $n(n+1)$

Somit erhält man

$$r^2 \left(\frac{\Delta_r R_n(r)}{R_n(r)} + k^2 \right) = n(n+1) = - \frac{\Delta_{\vartheta, \varphi} Y_{nm}(\vartheta, \varphi)}{Y_{nm}(\vartheta, \varphi)}.$$

[Gl.] 2-9

Durch diese Separation der Variablen lässt sich die Differentialgleichung, die ursprünglich von drei Variablen abhängig war, auf die Superposition von einer einfachen (radiale Komponente) und einer von zwei Variablen (Winkel) abhängigen Differentialgleichung vereinfachen. Aufgrund der Linearität des Laplace-Operators lassen durch Summation zusammengehöriger Lösungspaare von Radial- und Winkelgleichung beliebig viele Lösungen der Wellengleichung konstruieren. Damit ergibt sich automatisch eine Darstellung des Lösungsraumes.

$$p(r, \vartheta, \varphi) = \sum_{nm} b_{nm} R_n(r) Y_{nm}(\vartheta, \varphi)$$

[Gl.] 2-10, vgl. [3]

Die Lösung enthält folgende Elemente:

- $R_n(r)$: Funktion zur Beschreibung der radialen Abhängigkeiten.
- $Y_{nm}(\vartheta, \varphi)$: Funktion zur Beschreibung der Winkelabhängigkeiten –spherical Harmonics–.
- b_{nm} : Koeffizienten der Basislösung, mit denen sich Lösungen für unterschiedliche Felder darstellen lassen.

2.3.3 Bestimmung der einzelnen Funktionen

In diesem Abschnitt wird die Lösung der Wellengleichung erläutert.

Lösung für die radiale Komponente

Die radiale Komponente wird nun für zwei unterschiedliche Fälle betrachtet

Fall 1

Hier befinden sich keine Quellen innerhalb des betrachteten Bereichs. Alle Quellen strahlen in den betrachteten Raum, in unserem Fall in die Kugel. Man geht also von stehenden Wellen aus. Für diesen Fall ergibt sich die Radiale Komponente zu (ohne Herleitung)

$$R(r) = j_n(kr).$$

[Gl.] 2-11, vgl. [4]

- $j_n(kr)$: sphärische Besselfunktion

Fall 2

Ist der für uns nicht relevante Fall dass sich Quellen in innerhalb des interessierenden Gebietes befinden und nach außen abstrahlen. Dabei betrachtet man die sich fortpflanzende Welle. Hier ergibt sich die radiale Komponente zu (ohne Herleitung)

$$R(r) = h_n(kr).$$

[Gl.] 2-12, vgl. [4]

- $h_n(kr)$: sphärische Hankelfunktion

Lösung für den winkelabhängigen Teil

Die Eigenwertgleichung welche sich aus Gl.2-5 und Gl.2-9 ergibt

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \vartheta^2} + \frac{\cos \vartheta}{\sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} + \frac{1}{\sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) Y_{nm}(\vartheta, \varphi) = -n(n+1) Y_{nm}(\vartheta, \varphi)$$

[Gl.] 2-13, vgl. [2]

wird auch in diesem Fall über einen Produktansatz gelöst. Es gilt

$$Y_{nm}(\vartheta, \varphi) = \Theta_{nm}(\vartheta) \Phi_m(\varphi).$$

[Gl.] 2-14, vgl. [2]

Um nun Teile zu erhalten, die nur von einem der beiden Winkel abhängen, bringt man die Gleichung auf folgende Form:

$$\underbrace{\frac{\sin^2 \vartheta}{\Theta_{nm}(\vartheta)} \left(\frac{\partial^2}{\partial \vartheta^2} + \frac{\cos \vartheta}{\sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} + n(n+1) \right)}_{m^2} \Theta_{nm}(\vartheta) = - \underbrace{\frac{1}{\Phi_m(\varphi)} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}}_{m^2} \Phi_m(\varphi).$$

[Gl.] 2-15

Wie oben bereits angeführt müssen auch hier beide Seiten denselben konstanten Wert annehmen um zu gewährleisten, dass die beiden Seiten unabhängig voneinander variiert werden können. Hier wird die Separationskonstante mit m^2 bezeichnet. Somit ergeben sich zwei gewöhnliche Differentialgleichungen.

Lösung für Azimutgleichung

Die Azimutalgleichung ergibt sich zu

$$\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \Phi_m(\varphi) = -m^2 \Phi_m(\varphi).$$

[Gl.] 2-16

Zur Lösung dieser gewöhnlichen Differentialgleichung wählt man den Exponentialansatz. Dabei wird der Index m auf ganze Zahlen beschränkt um auf der Kugeloberfläche eindeutige Lösungen zu erhalten. Man erhält also nur mit m als Ganzzahl eine vollständige Lösung auf einem periodischen Intervall (Fourier-Reihe im Azimut).

Es ergibt sich folgende Lösung:

$$\Phi_m(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im\varphi}, \text{ für } m \in \mathbb{Z}.$$

[Gl.] 2-17

Lösung für Elevation

$$\frac{1}{\Theta_{nm}(\vartheta)} \left(\frac{\partial^2}{\partial \vartheta^2} + \frac{\cos \vartheta}{\sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \right) \Theta_{nm}(\vartheta) = \frac{m^2}{\sin^2 \vartheta} - n(n+1)$$

[Gl.] 2-18, vgl. [2]

Hierbei verwendet man den Potenzreihenansatz um die Differentialgleichung zu lösen. Ein endliche, eindeutige und stetige Lösung erhält man nur wenn gilt: $n \in \mathbb{N}_0$, $|m| \leq n$.

Werden diese Bedingungen erfüllt, sind die Lösungen dieser Gleichung die zugeordneten Legendrepolynome der Form: $P_{nm}(\cos \vartheta)$.

Somit erhält man die normierte Lösung für den Elevationswinkel zu

$$\Theta_{nm}(\vartheta) = \sqrt{\frac{2n+1}{2} \frac{(n-m)!}{(n+m)!}} P_{nm}(\cos \vartheta).$$

[Gl.] 2-19, vgl. [3]

Gesamte Lösung für den Winkelteil

Mit dem zuvor gewählten Ansatz

$$Y_{nm}(\vartheta, \varphi) = \Theta_{nm}(\vartheta) \Phi_m(\varphi)$$

[Gl.] 2-20

und den bestimmten Einzelfunktionen gilt

$$Y_{nm}(\vartheta, \varphi) = \sqrt{\frac{2n+1}{2} \frac{(n-m)!}{(n+m)!}} P_{nm}(\cos \vartheta) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im\varphi}.$$

[Gl.] 2-21

Diesen Teil bezeichnet man als spherical Harmonics bzw. Kugelflächenfunktionen. Auf die genauen Eigenschaften und ihre Relevanz für das Ambisonicskonzept wird in Abschnitt 3 genauer eingegangen.

2.4 Endergebnis

Die gelöste Wellengleichung ergibt sich nun aus dem Produkt der zuvor bestimmten Funktionen. Dabei lässt sich der Lösungsraum wie folgt darstellen:

- Für einlaufende Wellen gilt $p(r, \varphi, \vartheta) = \sum_{nm} b_{nm} j_n(kr) Y_{nm}(\varphi, \vartheta)$
- Für auslaufende Wellen gilt $p(r, \varphi, \vartheta) = \sum_{nm} c_{nm} h_n(kr) Y_{nm}(\varphi, \vartheta)$

Dabei beschreiben b_{nm} und c_{nm} die Koeffizienten der Basislösung und Y_{nm} die Kugelflächenfunktionen. $j_n(kr)$ und $h_n(kr)$ sind jeweils die sphärischen Bessel- bzw. Hankelfunktionen.

2.5 Vektorschreibweise

Um dieses Ergebnis zu veranschaulichen, und um es in eine praktischere Form für die folgenden Rechenschritte zu bringen, wird die Summe durch eine Matrizenmultiplikation ersetzt. Dabei betrachtet man eine einlaufende Welle für einen bestimmten Aufpunkt, der durch einen bestimmten Radius r und die Winkel $\Theta = (\varphi, \vartheta)$ definiert ist.

Somit ergibt sich für das Schallfeld folgende Schreibweise.

$$p(r, \Theta) = \underbrace{\bar{y}^T(\Theta) \text{diag}(\bar{j}(kr))}_{\text{variabel}} \underbrace{(\bar{b})}_{\text{konstant}}$$

[Gl.] 2-22, vgl. [4]

Erläuterung der Vektorschreibweise:

- $\bar{y}^T(\Theta)$: Dieser Vektor hat die Dimension: $1 \times (N+1)^2$. Dabei gibt N die Systemordnung an. Als Einträge enthält dieser Vektor alle spherical Harmonics die für $0 \leq n \leq N$ und $|m| \leq n$ ausgewertet wurden.

- Der Vektor ergibt sich zu

$$\vec{y}^T(\Theta) = [Y_{0,0}(\Theta), Y_{1,-1}(\Theta), Y_{1,0}(\Theta), \dots, Y_{N,N}(\Theta)].$$

Die Abhängigkeiten zu den Indizes n und m sind also durch die Position innerhalb des Vektors impliziert.

- $\vec{j}(kr)$: Hat ebenfalls die Dimension: $1 \times (N+1)^2$. Als Element enthält dieser Vektor die sphärischen Besselfunktion für sämtliche Ordnungen bis N . Dieser Vektor bildet dann die Hauptdiagonale der Diagonalmatrix $diag(\vec{j}(kr))$ mit Dimension $(N+1)^2 \times (N+1)^2$.
[siehe Abb. 2-1]

$j_0(kr)$	0	0
0	$j_1(kr)$	0	0
0	0	$j_1(kr)$	0	0
0	.	0	$j_1(kr)$	0	0
0	.	.	0	$j_2(kr)$	0	.	.	.	0
0	.	.	.	0	$j_2(kr)$	0	.	.	0
0	0	.	0	.	0
0	0	.	0	0
0	0	.	0
0	0	$j_N(kr)$

Abb. 2-1

In der Hauptdiagonale befinden sich also die sphärischen Besselfunktion. Dabei wird jede Besselfunktion korrespondierend zum jeweiligen Wert von n , $(2n+1)$ mal wiederholt.

[vgl. Abb. 2-1]

Weiters ist der variable Teil vom Aufpunkt abhängig und der konstante Teil durch die Lösung der partikulären Gleichung bestimmt.

2.6 Partikuläre Lösung

Betrachtet man den für uns interessanten Fall, dass das Schallfeld angeregt wird, gilt

$$(\Delta + k^2) p = -\mathcal{D}(\bar{r} - \bar{r}_Q).$$

[Gl.] 2-23, vgl. [4]

Dabei wird das Schallfeld durch eine Punktquelle angeregt, welche einem räumlichen Dirac-Impuls auf der Kugeloberfläche entspricht.

Der Koeffizientenvektor \bar{b} für eine Quelle ergibt sich zu (ohne Herleitung)

$$\bar{b} = -ik \operatorname{diag}(h_n(kr_q)) \bar{y}(\Theta_q).$$

[Gl.] 2-24, vgl. [4]

Für mehrere Punktquellen –die Lautsprecher– ergibt sich der Koeffizientenvektor \bar{b} zu

$$\bar{b} = -ik \operatorname{diag}(h_n(kr_L)) [\bar{y}(\Theta_1), \bar{y}(\Theta_2), \dots, \bar{y}(\Theta_L)] \bar{g}.$$

[Gl.] 2-25, vgl. [4]

2.7 Nachbildung der virtuellen Quellen

Im einfachsten Fall (ohne Distanzkodierung) ist das Ziel von Ambisonics auf jedem Punkt der Kugeloberfläche eine virtuelle Quelle platzieren zu können. Diese Quelle wird mittels der Lautsprechersignale modelliert. Für denselben Aufpunkt genügt es nun die beiden Koeffizientenvektoren \bar{b} gleich zu setzen.

$$\bar{b} = -ik \operatorname{diag}(h_n(kr_L)) [\bar{y}(\Theta_1), \bar{y}(\Theta_2), \dots, \bar{y}(\Theta_L)] \bar{g} = -ik \operatorname{diag}(h_n(kr_q)) \bar{y}(\Theta_q)$$

[Gl.] 2-26

Für virtuelle Quellen die sich auf der Kugeloberfläche befinden gilt nun weiters

$$r_q = r_L.$$

[Gl.] 2-27

Für die Modellierung von virtuellen Quellen ergibt sich aus Gl.2-26 und Gl.2-27

$$\bar{y}(\Theta_q) = [\bar{y}(\Theta_1), \bar{y}(\Theta_2), \dots, \bar{y}(\Theta_L)] \bar{g}.$$

[Gl.] 2-28

Aus Gl. 2-28 ist ersichtlich, dass die Bestimmung des Koeffizientenvektors \bar{g} nur von den spherical Harmonics der Lautsprecher und der gewünschten Quelle abhängt. Die frequenzabhängigen Teile, genauer die Bessel- und Hankelfunktionen haben also keinen Einfluss auf die Lautsprechergewichte mehr.

3 Spherical Harmonics

Jede räumliche Funktion auf der Kugeloberfläche kann als unendliche Summe von spherical Harmonics angeschrieben werden (vgl. Fouriertransformation, bei der eine periodische, zeitabhängige Funktion als (unendliche) Summe der Basisfunktionen Sinus und Kosinus angeschrieben werden kann).


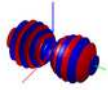

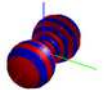
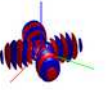
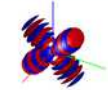

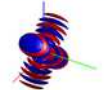
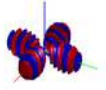

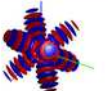


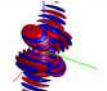
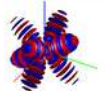
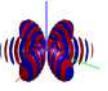
	m=-3	m=-2	m=-1	m=0	m=1	m=2	m=3
n=0							
n=1							
n=2							
n=3							

Abb. 3-1: Zotter 2008 [Quelle: https://iem.at/Members/zotter/spherical_soundfield/gif_anims/sphericalHarmonicRadiations.html/view]

Der Index n in Abb. 3-1 gibt die Ordnung, der Index m den Grad der Harmonischen an. Die Ordnung gibt dabei die Anzahl der Knotenpunkte, der Grad die räumliche Ausrichtung der Teilschwingungen an.

Wird nun eine Mono-Schallquelle auf einer Kugeloberfläche betrachtet, kann diese als Dirac-Funktion in Abhängigkeit von Azimut- und Elevationswinkel beschrieben werden, welche wiederum als Reihe von spherical Harmonics angeschrieben wird. Eine exakte Darstellung ist nur mit einer unendlichen Fourier-Reihenentwicklung möglich.

3.1 Abtastung

Soll nun eine virtuelle Quelle auf der Kugeloberfläche positioniert werden, muss diese durch die Lautsprecher abgetastet werden. Um dies zu ermöglichen, muss die Fourier-Reihenentwicklung abgebrochen werden, da ein idealer Dirac-Impuls bei der Abtastung nur dann Ergebnisse ungleich Null liefern würde, wenn die Quellposition genau einer Lautsprecherposition entspricht. Durch den Abbruch der Reihenentwicklung wird eine winkelbezogene Glättung erreicht, sodass Schallquellen kontinuierlich im Raum positioniert werden können – auch zwischen den Lautsprechern.

Die Ordnung der Zerlegung der Dirac-Funktion in spherical Harmonics gibt dabei an, wann die Reihenentwicklung abgebrochen wird (Ambisonic-Ordnung). Je höher dabei die Ordnung ist, desto besser wird die Funktion angenähert. Eingeschränkt wird die Wahl der Ordnung allerdings von der Anzahl der Lautsprecher bzw. vom Abstand zwischen denselben.

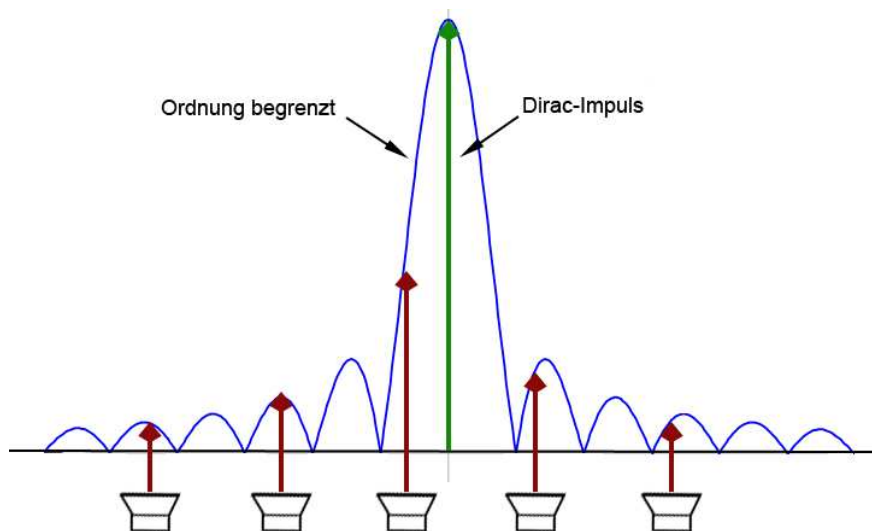


Abb. 3-2

Ein idealer Dirac-Impuls kann nur genau an den Positionen der Lautsprecher wiedergegeben werden. Soll die Monoquelle allerdings frei (also auch zwischen den Lautsprechern) positionierbar sein, wird die Ordnung der SH-Entwicklung eingeschränkt (im Frequenzbereich würde das einer Tiefpassfilterung vor dem Sampling entsprechen) um die Dirac-Funktion an den Positionen der LS abtasten zu können.

Generell gilt, dass die Anzahl der Lautsprecher mindestens so groß sein muss, wie die Anzahl der zu kontrollierenden spherical Harmonics

$$L \geq (N + 1)^2$$

[Gl.] 3-1

- L: Anzahl der Lautsprecher
- N: Ambisonics Ordnung

Weiters hängt die Lösbarkeit des Problems für die Lautsprechergewichte stark von der Anordnung der Lautsprecher auf der Kugel ab. Diese sollte im Idealfall gleichmäßig sein, was für eine Kugelanordnung aber nur für die fünf Platonischen Körper (Tetraeder, Hexaeder, Oktaeder, Dodekaeder, Ikosaeder) exakt zutrifft.

Ungünstige Verteilungen der Lautsprecher auf der Kugel (Samplingpunkte) führen zu einer schlechten Konditionierung der Dekodermatrix (Konditionierungszahl der Dekodermatrix $k \gg 1$) [siehe Abschnitt

6.5.1] und zu einer starken Verschlechterung der Abbildung der Schallquelle (z.B. starke Lautstärkeunterschiede zwischen verschiedenen Abbildungspunkten auf der Kugel).

3.2 Räumliches Aliasing

Durch die Abtastung kann eine bestimmte Anzahl von spherical Harmonics (bestimmt durch die Ordnung) über die Lautsprechergewichte kontrolliert werden.

Da jeder einzelne Lautsprecher wieder einer Monoquelle - also einem Dirac-Impuls - entspricht, ergeben sich für jeden LS aber natürlich auch spherical Harmonics höherer Ordnungen die nicht kontrolliert werden können.

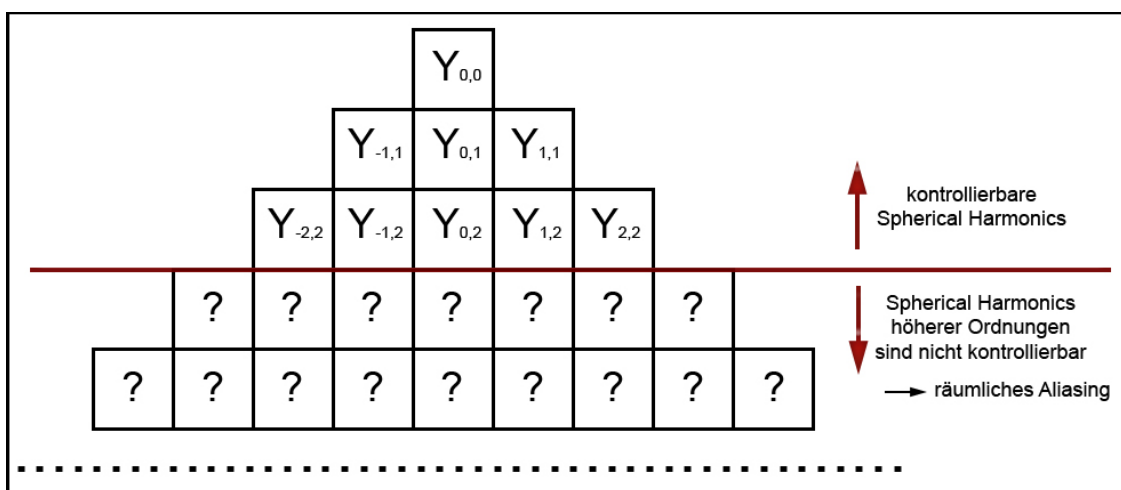


Abb. 3-3

Der Fehler der durch dieses räumliche Aliasing entsteht lässt sich mathematisch exakt formulieren, geht aber über den Umfang dieser Arbeit hinaus.

Für die Ortbarkeit der Quelle im Sweetspot stellt das räumliche Aliasing allerdings nur ein sehr kleines Problem dar, da die spherical Harmonics in radialer Richtung durch die Besselfunktion gefiltert werden, welche für kleine Radien und hohe Ordnungen sehr schnell gegen Null gehen [siehe Abb. 3-4].

$$R(r) = j_n(kr)$$

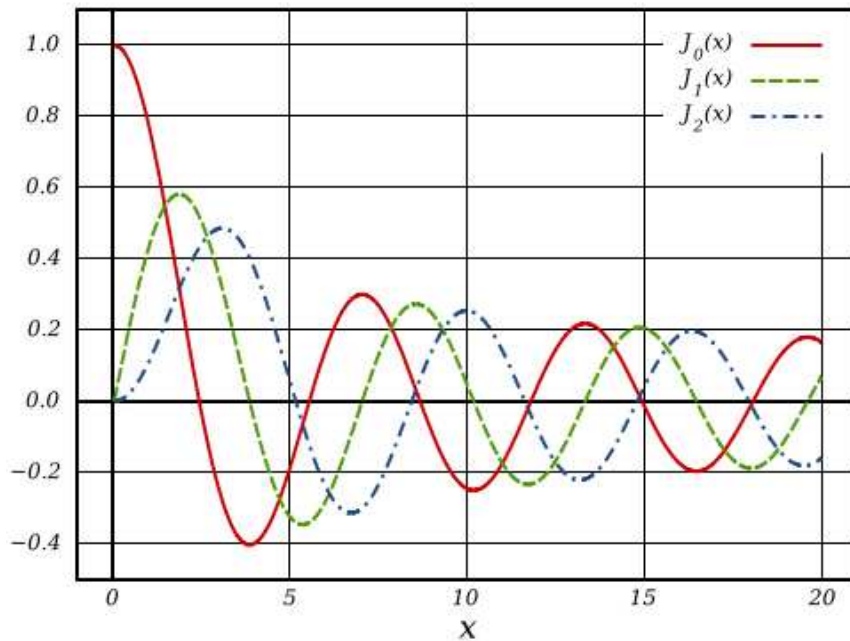


Abb. 3-4

3.3 Ausdehnung des Sweetspot

Bei der genaueren Betrachtung der Ausdehnung des Sweetspots zeigt sich die Notwendigkeit für dessen Nachführung. Für eine Reihenentwicklung bis zur 13. Ordnung ergibt sich ein Sweetspot mit einem Durchmesser von ca. vier Wellenlängen [siehe Abb. 3-5, Abb. 3-6]. Als Faustregel lässt sich sagen, dass für jede Vergrößerung des Sweetspots um eine weitere Wellenlänge die Ordnung um 3 erhöht werden muss. Die Ausdehnung des Sweetspots ist also umgekehrt proportional zur Frequenz und wird für hohe Frequenzen kleiner als der Ohrenabstand (z.B. $r = 10$ cm für $f = 7000$ Hz und Ordnung 13).

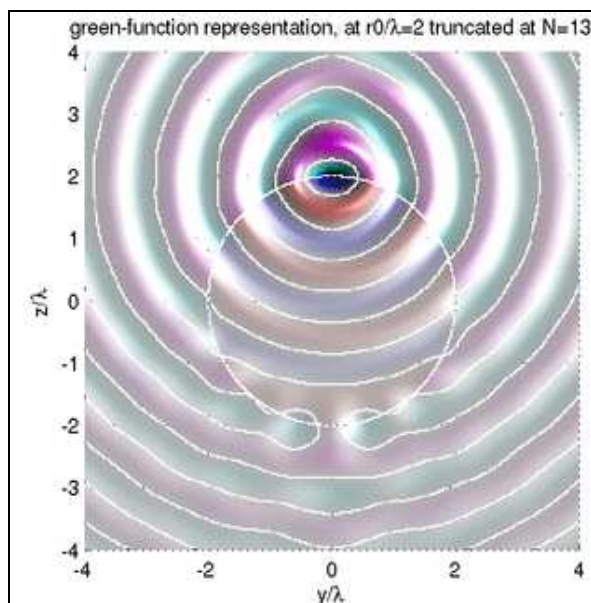


Abb. 3-5 | Zotter, 2006

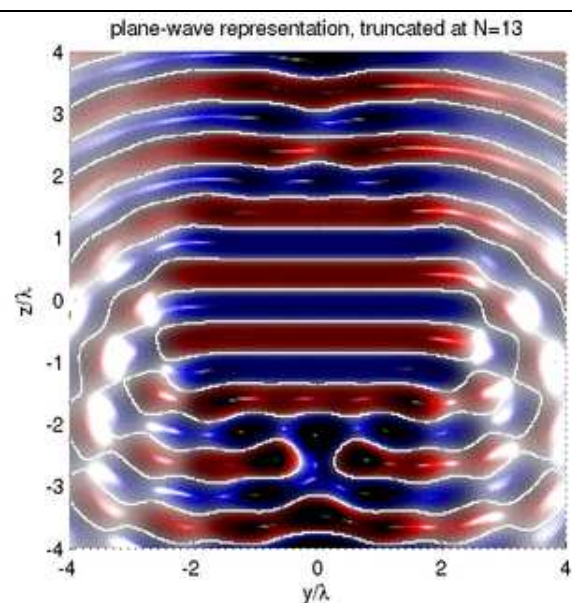


Abb. 3-6 | Zotter, 2006

4 Encoder/Dekoder

4.1 Ziel

Es wird also versucht gewünschte Quellen auf der Kugeloberfläche zu modellieren. Dies geschieht durch Gewichtung der Lautsprecher signale.

Ausgehend von [Gl. 2-28]

$$\bar{y}(\Theta_q) = \underbrace{[\bar{y}(\Theta_1), \bar{y}(\Theta_2), \dots, \bar{y}(\Theta_L)]}_C \bar{g}$$

werden nun die Lautsprecher gewichte, welche im Vektor \bar{g} zusammengefasst sind, errechnet.

Allgemein gilt:

$$\bar{y}(\Theta_q) = C\bar{g}$$

[Gl.] 4-1

- \bar{g} : Lautsprecher gewichte
- C : Matrix der spherical Harmonics aller Lautsprecher
- $\bar{y}(\Theta_q)$: Encoder

4.2 Encoder

Der Encoder enthält dabei die spherical Harmonics des Quellsignals aus einer bestimmten Richtung.

$$\bar{y}(\Theta_q) = [Y_{0,0}(\varphi_q, \vartheta_q), Y_{1,-1}(\varphi_q, \vartheta_q), \dots, Y_{N,N}(\varphi_q, \vartheta_q)]^T$$

Dabei werden sämtliche spherical Harmonics für die Winkel der gewünschten Quelle ausgewertet.

4.3 Dekoder

Umgeformt *ergäben* sich die Gewichte der Lautsprecher nun zu

$$\bar{g} = C^{-1}\bar{y}(\Theta_q).$$

Da es sich bei der Matrix C aber um eine $n \times m$ Matrix handelt ist diese nicht direkt invertierbar. Deshalb muss die Pseudoinverse berechnet werden. Zur Berechnung wurde der Weg über die

Singulärwertzerlegung gewählt. Dieses Verfahren bringt für uns klare Vorteile, worauf im Abschnitt *Singulärwertzerlegung* genauer eingegangen wird.

Bezeichnet man nun die Pseudoinverse von C als Dekodermatrix D ergeben sich die Lautsprechergewichte zu:

$$\bar{g} = D \bar{y}(\Theta_q)$$

5 Überlegungen zur Sweetspotnachführung

Ziel unserer Arbeit war es nun, Bewegungen des Hörers aus dem Sweetspot auszugleichen und den Sweetspot immer auf die jeweilige Abhörposition zu verschieben. Dies ist notwendig, da außerhalb des Sweetspots keine adäquaten Ergebnisse für das nachgebildete Schallfeld erzielt werden. Daher ist es nahe liegend den Sweetspot immer an die Abhörposition anzupassen.

Bewegt man sich aus dem Sweetspot ergeben sich folgende Probleme:

- Verschiebt sich der Abhörpunkt verändern sich die Abstände/Winkel zu den Lautsprechern.
- Verschiebt sich der Abhörpunkt verändert sich der Abstand/Winkel zur virtuellen Quelle.

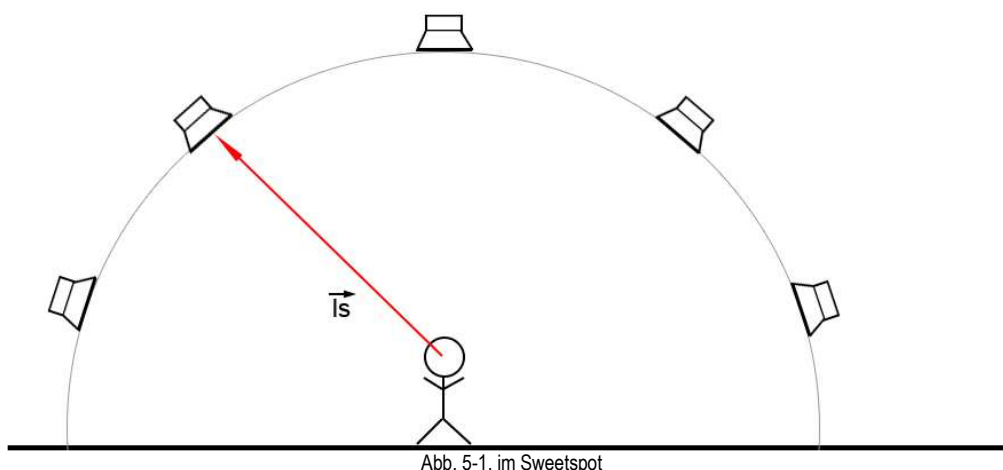


Abb. 5-1, im Sweetspot

5.1 Ausgleichen des Laufzeit und Amplitudenfehlers

Bewegt sich die abhörende Person nun aus dem Sweetspot in Richtung \vec{p}_s ergeben sich neue Abstände zu den einzelnen Lautsprechern. Diese Vektoren werden mit \vec{d} bezeichnet, die ursprünglichen Abstände zu den Lautsprechern mit \vec{l}_s .

Die neuen Abstände ergeben sich zu: $\vec{d} = \vec{l}_s - \vec{p}_s$

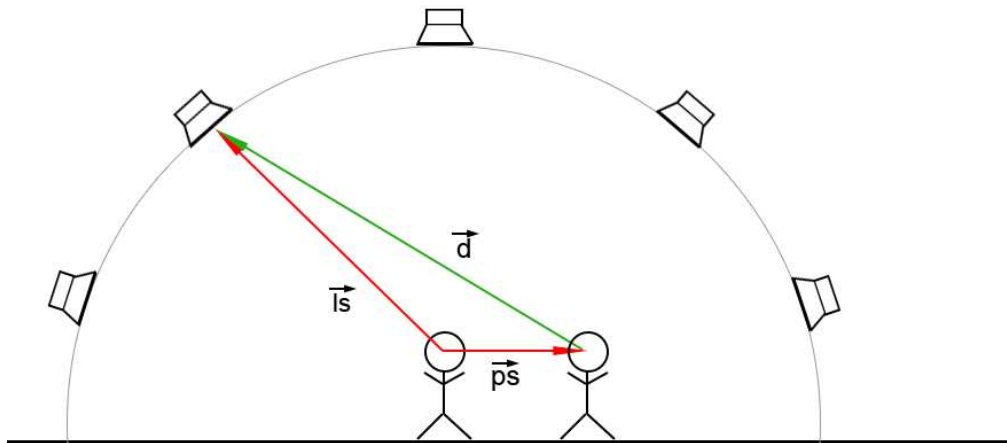


Abb. 5-2, Differenzvektor

Aufgrund dieser neuen Abstände treten Laufzeitunterschiede in Relation zur Originalsituation auf. Bewegt man sich von Lautsprechern weg trifft der Schall später an der neuen Abhörposition ein. Analog dazu erreicht das Signal den Hörer früher wenn er sich zu Lautsprechern hin bewegt. Weiters ist der Schall der später auftritt auch in der Amplitude abgeschwächt, da der Druck mit $1/r$ abnimmt.

Um den Sweetspot nun zu verschieben müssen diese Laufzeitunterschiede und Amplitudenfehler ausgeglichen werden. Durch den Ausgleich dieser Fehler werden die Lautsprecher virtuell verschoben, sodass sie sich wieder als Kugel mit dem Hörer im Zentrum anordnen. Dadurch erreicht man eine Verschiebung des Sweetspots zur aktuellen Abhörposition hin.

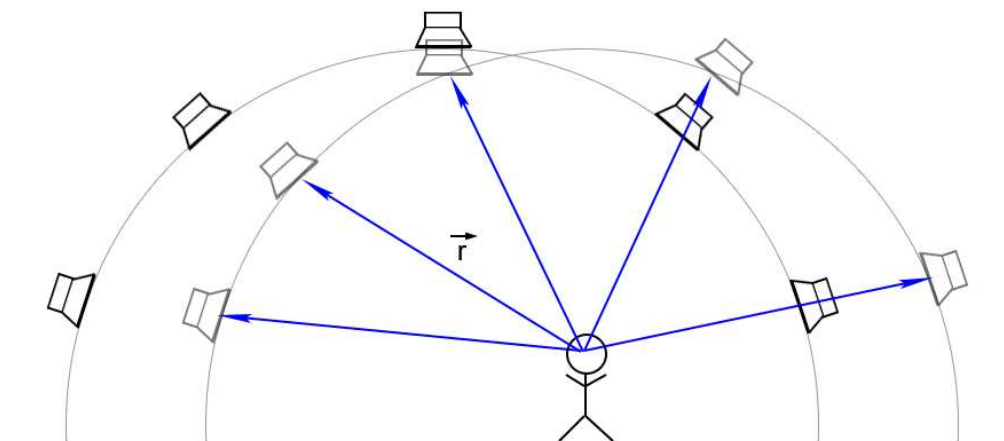


Abb. 5-3, Neuanordnung der Kugel

5.2 Neuberechnung des Enkoder/ Dekoder

Durch die Neuausrichtung der Kugel werden Laufzeit- und Amplitudenfehler ausgeglichen. Wie aus Abb. 5-3 hervorgeht können die Lautsprecher nur in Richtung \vec{r} verschoben werden, wodurch die Verteilung der Lautsprecher auf der Kugeloberfläche verändert wird und sich so neue Lautsprecherwinkel ergeben.

Da für die Berechnung des Dekoders die spherical Harmonics an der jeweiligen Lautsprecherposition (mit Winkeln ϑ und φ) ausgewertet werden, muss der Dekoder für die neue Abhörposition berechnet werden.

Analog dazu ergibt sich für die auf der Kugeloberfläche positionierte virtuelle Quelle ein neues Winkelpaar. Daher muss der Enkoder, der die spherical Harmonics der Quellposition enthält, ebenfalls neu berechnet werden.

Wie bereits erläutert, verändert sich durch die Neuausrichtung der Kugel die Verteilung der Lautsprecher auf der Kugeloberfläche. Dadurch wird die Konditionierung der Dekodermatrix verschlechtert was im Extremfall zu unbrauchbaren Ergebnissen führt [siehe Abschnitt 6.5.3f].

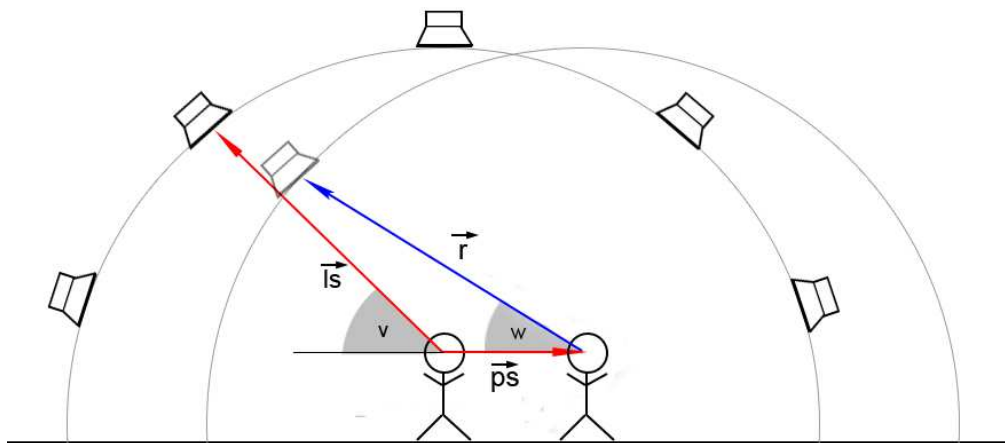


Abb. 5-4, Winkeländerung

Die Neuberechnung der Quellwinkel erfolgt aus den ursprünglichen Quellwinkeln und der aktuellen Hörerposition.

Es wird also für jeden neuen Eingangswert aus dem Head-Tracking System der Encoder und Dekoder neu berechnet (Die Updaterate muss auf einen Wert eingestellt werden, der eine artefaktfreie Wiedergabe erlaubt).

6.4 Berechnung des Encoders

Für jedes neue Quellwinkelpaar erfolgt eine Zerlegung in spherical Harmonics. Wie in [Abschnitt 3.1] beschrieben wurde, erfolgt dabei die Wahl der Ordnung aufgrund der Lautsprecheranzahl.

Im CUBE steht für die Wiedergabe eine Halbkugelanordnung von 24 Lautsprechern zur Verfügung.

Die in [Abschnitt 3.1] postulierte Regel $L \geq (N + 1)^2$ würde also nur eine Entwicklung dritter Ordnung erlauben - was aber in diesem Fall nicht ganz zutrifft, da diese Regel nur für eine vollständige Kugelanordnung der Lautsprecher gilt.

Da sich im CUBE in der unteren Halbkugel keine Lautsprecher befinden, können beliebige Aussagen über den Verlauf der Funktion in diesem Bereich gemacht werden: Die Funktion könnte hier Null sein, grad- oder schiefsymmetrisch zur oberen Halbkugel verlaufen, usw.

Um Sprungstellen im Funktionsverlauf auf der Kugeloberfläche zu vermeiden, wurde bei der Implementierung der Fall einer symmetrischen Funktion bezüglich der xy-Ebene angenommen und so nur die geradsymmetrischen spherical Harmonics ausgewählt:

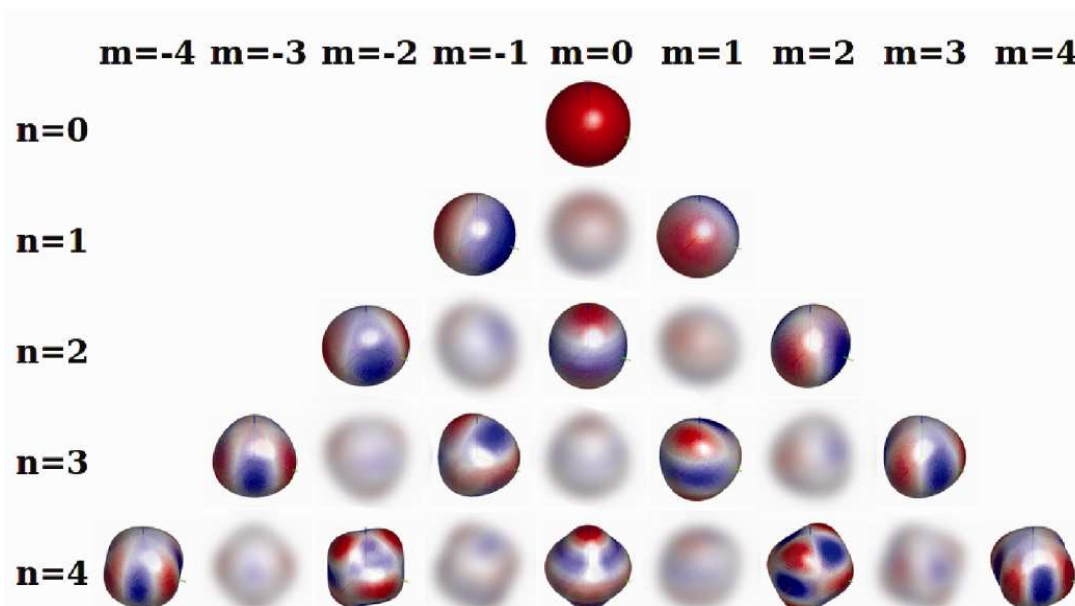


Abb. 6-2, Zotter 2008, [Quelle: https://iem.at/Members/zotter/spherical_soundfield/gif_anims/sphericalHarmonicRadiations.html/view]

Bei einer Reihenentwicklung 5. Ordnung wird die Anzahl der spherical Harmonics durch den Ausschluss aller schiefssymmetrischen Komponenten ($m, n = (0,1), (-1,2), (1,2), (-2,3), (0,3), (2,3), \dots$) von 36 auf 21 reduziert und so, mit 24 Lautsprechern kontrollierbar.

6.5 Berechnung des Dekoders

Analog zum Encoder werden bei der Berechnung des Dekoders die spherical Harmonics an den Positionen der 24 Lautsprecher ausgewertet. Nach Auswahl der geradsymmetrischen Komponenten ergibt sich die Matrix C mit den Dimensionen 21x24.

6.5.1 Berechnung der Pseudoinversen

Wie in [Abschnitt. 4.3] beschrieben, wird zur Berechnung der Dekodermatrix D die Pseudoinverse der Matrix C gebildet. Ein nahe liegendes Verfahren dafür wäre die Bildung der Moore-Penrose-Inversen:

$$D = C^+ = (C^T C)^{-1} C^T$$

[Gl.] 6-1 vgl. [5]

- Die Bezeichnung C^+ steht für die Pseudoinverse der Matrix C

Wie in [Abschnitt 5.2] bereits erwähnt, kann es aufgrund der ungünstigen Verteilung der Lautsprecher (Samplingpunkte) auf der Kugeloberfläche, die sich durch die Sweetspot-Nachführung ergibt, zu einer schlechten Konditionierung der Matrix C kommen. Eine schlechte Konditionierung bedeutet in diesem Zusammenhang, dass es zu Singulärwerten (bzw. Eigenwerten) nahe Null kommen kann (Konditionierungszahl $k = s_{\max} / s_{\min}$), was dazu führt, dass die zugehörigen Eingangskomponenten mit einer großen Verstärkung beaufschlagt werden müssen um die gewünschte Ausgangsamplitude zu erreichen. Dies hat also sehr große Lautsprechergewichte zur Folge, was schließlich zu starken Lautstärkeunterschieden für verschiedene Quellpositionen führt.

Deshalb ist es bei der Implementierung sinnvoll, kleine Singulärwerte nach unten zu begrenzen um ein homogeneres Ergebnis zu erzielen.

Um dies zu ermöglichen wird die Pseudoinverse nicht nach dem Moore-Penrose-Verfahren, sondern durch eine Singulärwertzerlegung der Matrix C, berechnet.

6.5.2 Singulärwertzerlegung (SVD)

(SVD...Singular Value Decomposition)

Jede $n \times m$ Matrix kann in drei spezielle Matrizen zerlegt werden

$$C = USV^T.$$

[Gl.] 6-2 vgl. [6]

- Matrix U: Die Spalten werden von den linken Singulärvektoren der Matrix C gebildet
- Matrix V: Die Spalten werden von den rechten Singulärvektoren der Matrix C gebildet
- Matrix S: Enthält die Singulärwerte der Matrix C in der Hauptdiagonalen, ansonsten 0

$$S = \begin{bmatrix} s_1 & 0 & . & . & . & . \\ 0 & s_2 & 0 & . & . & . \\ 0 & 0 & s_3 & 0 & . & . \\ 0 & . & 0 & s_4 & 0 & . \\ 0 & . & . & 0 & s_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

6.5.3 Pseudoinverse durch SVD

Die Pseudoinverse C^+ ergibt sich dann zu

$$C^+ = VS^{-1}U^T$$

[Gl.] 6-3 vgl. [9]

Es muss also die Inverse der Matrix S (Diagonalmatrix) gebildet werden. Dies bedeutet einfach eine elementweise Invertierung der Hauptdiagonaleinträge. An diesem Punkt wird das Problem von kleinen Singulärwerten deutlich: Werden Elemente nahe Null invertiert, ergeben sich sehr große Einträge in der Matrix S^{-1} . Der Vorteil der Berechnung der Pseudoinversen über die Singulärwertzerlegung ist, dass diese kleinen Singulärwerte vor der Invertierung begrenzt werden können.

6.5.4 Begrenzung der Singulärwerte

Wie bereits erwähnt wurde gibt die Konditionierungszahl einer Matrix das Verhältnis zwischen größtem und kleinstem Singulärwert an [7]. Um zu kleine Singulärwerte zu begrenzen, wird eine maximale Konditionierungszahl K der Matrix C festgelegt, sodass für alle Singulärwerte gilt:

$$s = \begin{cases} s & \text{falls } s \geq \frac{s_{\max}}{K} \\ \frac{s_{\max}}{K} & \text{falls } s < \frac{s_{\max}}{K} \end{cases}$$

Ein geeigneter Wert für K muss durch Simulation und vor allem durch Hörversuche ermittelt werden.

Der Fehler, der bei der Berechnung des Dekoders ($D = C^+$) durch die Begrenzung gemacht wird, wird im Abschnitt Simulation genauer betrachtet.

6.6 Amplitudenkorrektur

Die für die Sweetspot-Nachführung notwendige Amplitudenkorrektur [siehe Abschnitt. 5.1] erfolgt aufgrund des Verhältnisses zwischen dem aktuellen, realen Abstand zwischen Hörer und Lautsprecher und dem ursprünglichen Abstand, wenn sich der Hörer im Koordinatenursprung befindet (Situation ohne Sweetspot-Nachführung). Die Berechnung der Abstände erfolgt dabei einfach durch eine Betragsbildung der Vektoren der LS-Koordinaten und den Differenzvektoren (Hörerposition - LS-Koordinaten). Das Verhältnis r_d / r_{LS} wird am Ausgang mit den jeweiligen Lautsprechersignalen multipliziert.

6.7 Laufzeitkorrektur

Auf ganz ähnliche Weise erfolgt die Korrektur des Laufzeitfehlers wie sie in [Abschnitt 5.1] beschrieben wurde. Dabei wird die Wegdifferenz r_d / r_{LS} für jeden Lautsprecher in eine Laufzeitdifferenz umgerechnet ($(r_{LS} - r_d) / c$) und in eine Delayline geschrieben, wodurch jedes Lautsprechersignal je nach Hörerposition verzögert wird.

7 Simulation

Um die Auswirkungen der Sweetspotnachführung auf die Lautsprechergewichte und den Fehler durch die Singulärwertbegrenzung darzustellen, wurde der Algorithmus in Matlab übertragen. Die sich ergebenden Lautsprechergewichte bei einer bestimmten Abhör- und Quellposition werden durch ein GUI visualisiert [Abb. 7-1]:

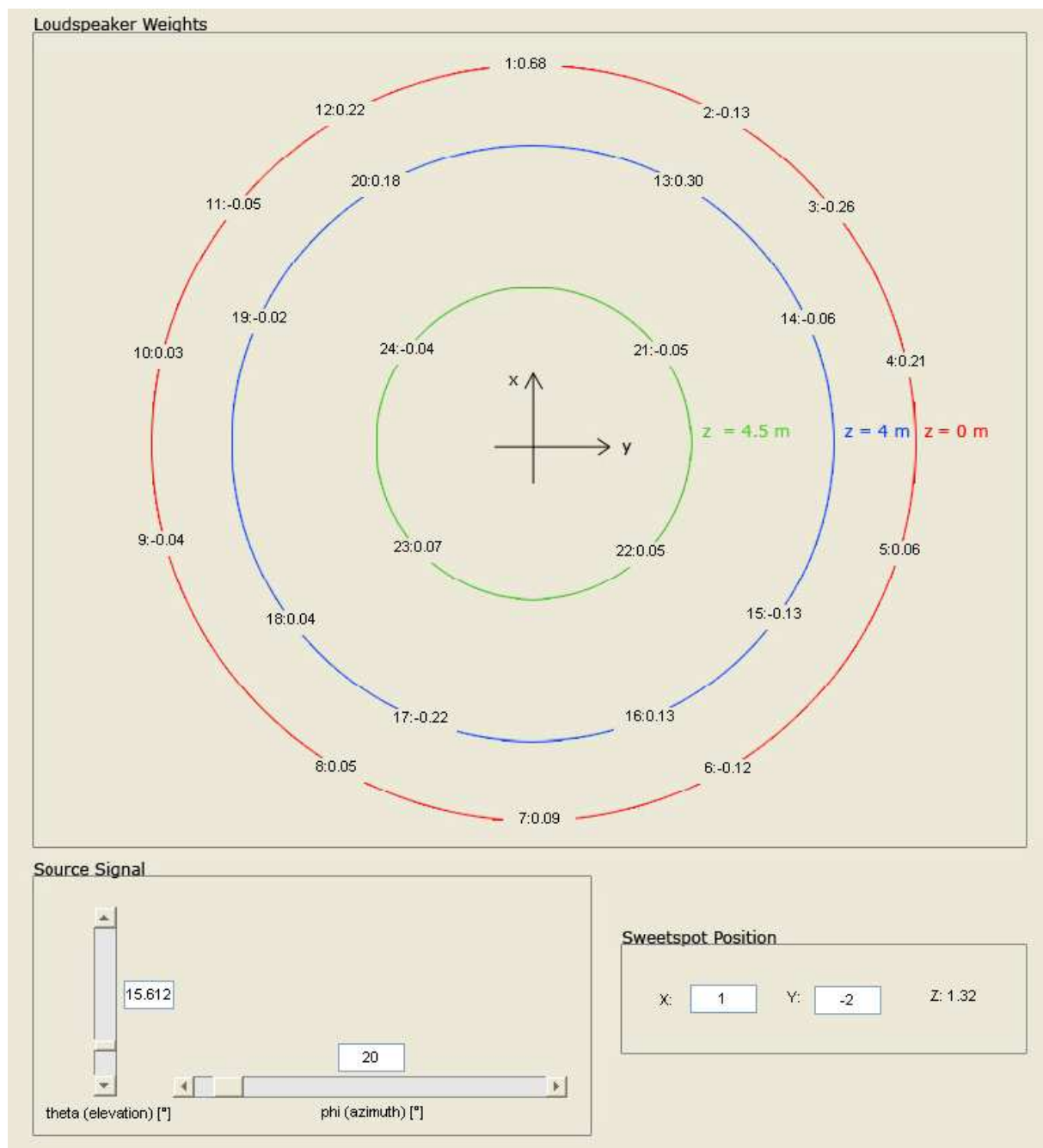


Abb. 7-1

7.1 Konditionierungszahl

Wie im Abschnitt *Singulärwertbegrenzung* erläutert wurde, ist eine Konditionierungszahl $k \ll \infty$ der Matrix C für ein brauchbares Ergebnis für den Dekoder erforderlich.

In Abb. 7-2 sind jene Bereiche für die Abhörposition dargestellt, innerhalb derer ein bestimmtes Maximum der Konditionierungszahl nicht überschritten wird.

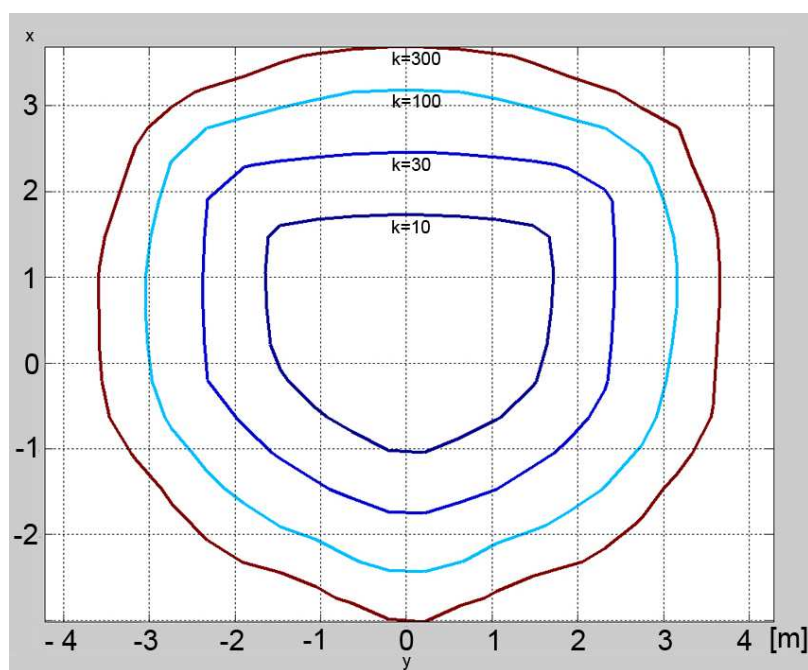


Abb. 7-2

Die Koordinatenbeschriftungen stellen den Abstand vom Mittelpunkt der LS-Kugelanordnung im CUBE in Meter dar.

Es ist ersichtlich, dass die Konditionierungszahl der Matrix C mit zunehmendem Abstand der Hörerposition zum Koordinatenursprung schnell ansteigt. Dies ist durch die Verschlechterung der Verteilung der Lautsprecherpositionen auf der Kugeloberfläche durch die Sweet-spot-Nachführung zu erklären.

Weiters fällt auf, dass die Konditionierungszahl in die negative x-Richtung schneller steigt als in die positive. Der Grund dafür ist, dass im CUBE die Lautsprecherverteilung auch ohne die Nachführung nicht optimal ist. So stehen in der positiven x-Halbebene für einen Winkelbereich von ca. 60° fünf Lautsprecher zur Verfügung, während sich im selben Bereich der negativen x-Halbebene nur drei Lautsprecher befinden [siehe Abb. 7-3].

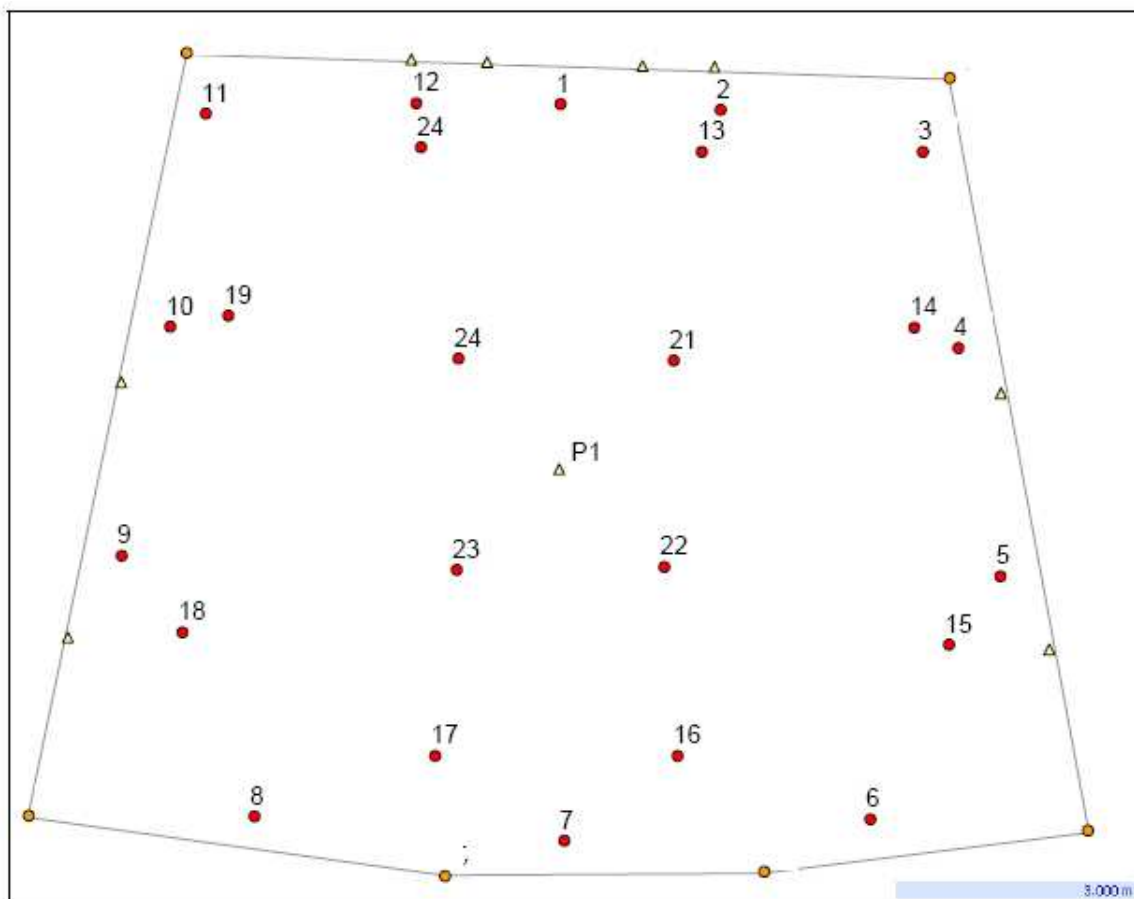


Abb. 7-3, Quelle: [8]

7.2 Darstellung des Fehlers

Im Folgenden wird versucht eine sinnvolle Definition für den Fehler, der durch die Singulärwertbegrenzung entsteht, anzugeben.

In der Simulation wurde die maximale Konditionierungszahl $K = 17$ gewählt ($s_{\min} \geq s_{\max} / K$), da sich damit relativ gleichmäßige Lautsprechergewichte ergeben. Dieser Faktor sollte aber durch Hörversuche genauer bestimmt werden.

7.2.1 Fehlerdefinition

Wird die Pseudoinverse ohne eine Begrenzung der Singulärwerte berechnet, gilt

$$C^+C = I.$$

Durch die Begrenzung entsteht eine Abweichung von diesem Idealfall. Wir definieren die Fehlermatrix

$$E = I - C^+C.$$

[Gl.] 7-1

Die Eigenwerte λ der Matrix $E^T E$ beschreiben nun die leistungsspezifischen Fehler für die einzelnen Eingangskomponenten.

7.2.2 Maximaler Fehler

Der maximale Fehler in dB wird definiert als: $e_{\max} = 10 \log(\lambda_{\max})$

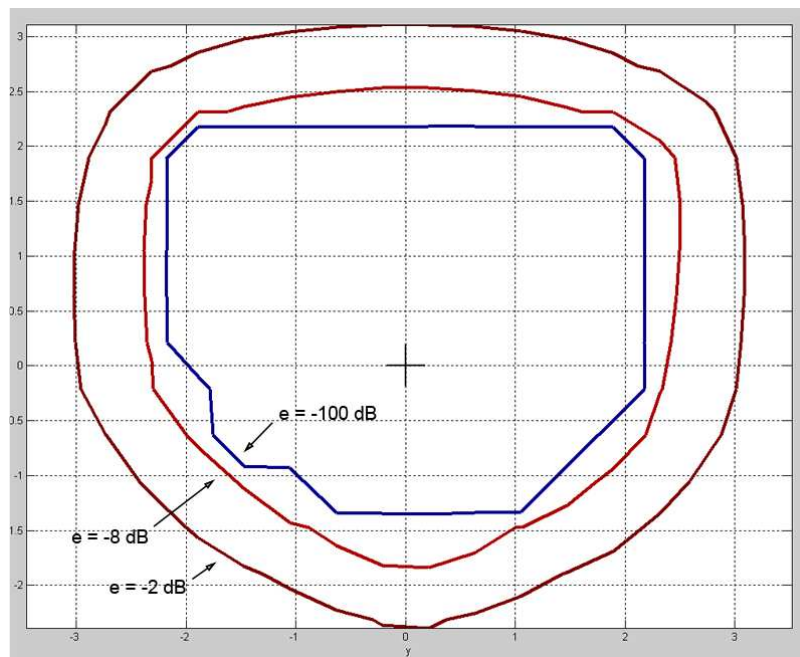


Abb. 7-4

Abb.7-4 zeigt den maximalen Fehler der durch die Singulärwertbegrenzung bei der Sweetspot-Nachführung entsteht. Für jeden Abhörpunkt innerhalb des -100dB-Bereiches wird die Konditionierungszahl der Matrix C niemals größer als der definierte maximale Wert $K=17$. Deshalb sind in diesem Bereich alle Einträge der Fehlermatrix E Null, also sind auch alle Eigenwerte Null ($e_{\max} = -\infty$ dB). Wird die maximal zulässige Konditionierungszahl überschritten steigt der Fehler sprunghaft an. Auch bei dieser Darstellung ist ersichtlich, dass der Fehler in der positiven x-Halbebene kleiner ist als in der negativen.

7.2.3 Mittlerer Fehler

Der mittlere Fehler in dB wird definiert als: $e_{avg} = 10 \log(\lambda_{avg})$

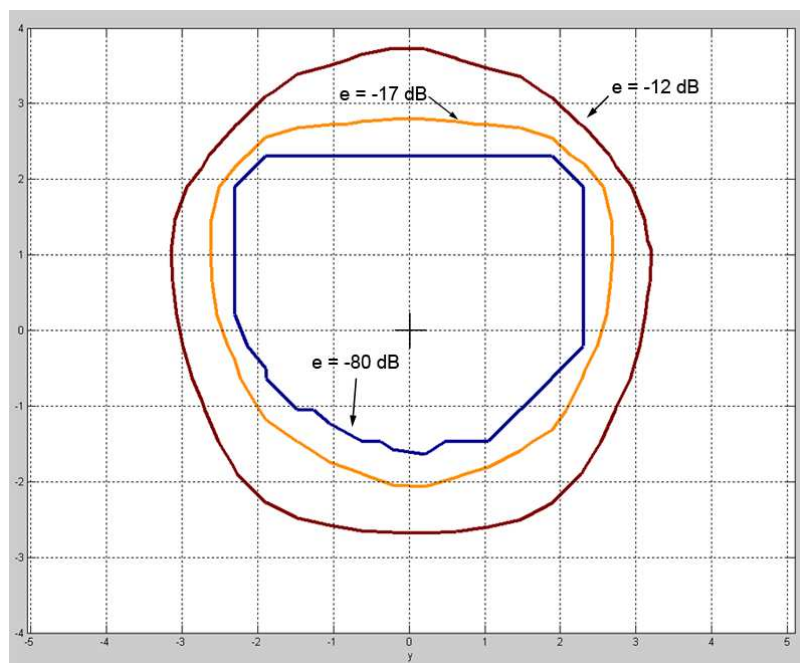


Abb. 7-5

7.2.4 Interpretation des Fehlers

Durch die Fehlerdarstellung lässt sich zeigen wie schnell der Fehler zu Abhörpunkten mit großem Abstand vom Kugelmittelpunkt hin ansteigt. Ab welchem Wert das Ergebnis aber unbrauchbar wird, muss in Hörversuchen festgestellt werden.

7.3 Test im CUBE

Beim Test des Verfahrens im CUBE wurde bisher kein zufrieden stellendes Ergebnis erzielt.

Bei Änderungen der Abhörpositionen ergeben sich trotz Singulärwertbegrenzung übermäßig große Lautstärkeunterschiede. Die gewünschte kontinuierliche Positionierung der Quelle konnte ebenfalls nicht erreicht werden. Der durch die Simulation vorhergesagte größere Fehler für Abhörpositionen in der negativen x-Halbebene wurde bestätigt.



Eine mögliche Ursache für das Fehlverhalten des Algorithmus bei der Umsetzung im CUBE ist, dass die Lautsprecher vor dem Versuch nicht eingemessen wurden. Vor allem liegt aber der Verdacht nahe, dass der pd-patch, der die Sweetspot-Nachführung umsetzt, fehlerhaft ist. Aus Zeitgründen wurde diesen Fehlerquellen bisher nicht weiter nachgegangen.

8 References

- [1] Jens Hannemann und Kevin D. Donohue: *Virtual Sound Source Rendering Using a Multipole-Expansion and Method-of-Moments Approach*, Center for Visualization and Virtual Environments, University of Kentucky.
<http://iaem.at/kurse/winter-08-09/aac02/literaturvorschlaege/ambisonics-mit-variablem-abhorpunkt/>
- [2] Kugelflächenfunktionen, [http://de.wikipedia.org/wiki/Kugelflächenfunktionen](http://de.wikipedia.org/wiki/Kugelflaechenfunktionen)
- [3] Kugelflächenfunktionen, Ambisonics Höherer Ordnung, Institut für Elektronische Musik und Akustik an der Universität für Musik und Darstellende Kunst Graz,
http://iem.at/~sontacchi/2006/AT3/TK_1.pdf
- [4] Franz Zotter, Hannes Pomberger und Matthias Frank: *"Discretizing the Surface Green's Function for Ambisonics and Open spherical Loudspeaker Arrays"*, 126. AES Convention 7. 10.Mai, München, 2009.
- [5] Pseudoinverse, <http://de.wikipedia.org/wiki/Pseudoinverse>
- [6] Leo Knüsel, Institut für Statistik, Universität München, *Singulärwert-Zerlegung und Methode der kleinsten Quadrate*,
http://www.stat.uni-muenchen.de/Kolloquium/ss08/080507_knuesel_paper.pdf
- [7] Condition Number, http://en.wikipedia.org/wiki/Condition_number
- [8] Technischer Bericht, *Bestimmung lokaler Koordinaten eines Lautsprecherfeldes im Akustiklabor Inffeldgasse 10, Institut für Elektronische Musik und Akustik*
- [9] Singular Value Decomposition, http://en.wikipedia.org/wiki/Singular_value_decomposition

Weitere Literaturvorschläge

- Jens Hannemann und Christopher Leedy: *A Monte-Carlo Study on the Convergence of Multipole-Matched Audio Rendering*, Center for Visualization and Virtual Environments, University of Kentucky.
<http://iaem.at/kurse/winter-08-09/aac02/literaturvorschlaege/ambisonics-mit-variablem-abhorpunkt/>
- Mitschrift zur Vorlesung von Robert Beig: *Methoden der theoretischen Physik II*, 2006
- Alois SONTACCHI und Robert HÖLDRICH, *SCHALLFELDREPRODUKTION DURCH EIN VERBESSERTES HOLOPHONIE – AMBISONIC SYSTEM*, Institut für Elektronische Musik und Akustik an der Universität für Musik und Darstellende Kunst Graz, <http://iem.at>